

Übungen zur Vorlesung **Optimierung I**

Übungsblatt 7, Abgabe: Freitag, 07.12.2007, 8.15 Uhr

Aufgabe 21: (2 Punkte)

Zeigen Sie: Es gibt keine Lösung des LGS ($x \in \mathbb{R}^3$, $x \geq 0$)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 1 & -4 & -7 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (\text{in } \mathbb{R}^+).$$

Aufgabe 22: (2+2+2 Punkte)

- (a) Gegeben seien $b_i \in \mathbb{R}^{m_i}$, $(m_i \times n)$ -Matrizen A_i ($i = 1, 2$) und eine Teilmenge $I \subset \{1, \dots, n\}$. Bestimmen Sie das duale Problem (P^*) zum Primalproblem (P):

$$\min\{cx \mid A_1x \geq b_1, \quad A_2x = b_2, \quad x_i \geq 0 \text{ für } i \in I\}.$$

- (b) Bestimmen Sie das duale Problem zum LP:

$$\begin{array}{rllll} \text{Maximiere} & 2x_1 & - & x_2 & - & 3x_3 \\ \text{unter} & 3x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & \geq & 4, \\ & x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & = & 3, \\ & 2x_1 & - & 3x_2 & - & x_3 & \geq & 2, \\ & & & & & x_1, x_3 & \geq & 0. \end{array}$$

- (c) Bestimmen Sie (P^*) zum Primalproblem

$$(P) \quad \min\{x_1 - 2x_2 + 2x_3 \mid x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5, \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0\}$$

und lösen Sie (P) und (P^*).

Aufgabe 23: (5 Punkte)

Lösen Sie das LP

$$\begin{array}{rllllll} \text{minimiere} & & 4x_2 & - & 3x_3 & - & 2x_4 & + & 8x_5 & & \\ \text{unter} & 3x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & & = & 3, \\ & x_1 & - & x_2 & & & + & x_4 & - & x_5 & \geq 2, \\ & & & & & & & & & & x & \geq 0 \end{array}$$

folgendermaßen:

- Bestimmen Sie das duale LP und lösen Sie es graphisch.
- Bestimmen Sie mittels der dualen Lösung diejenigen *primalen* Variablen, welche den Wert Null in der optimalen Lösung haben.
Hinweis: Komplementarität, Sätze (7.7), (7.8).
- Berechnen Sie die optimale primale Lösung.

Aufgabe 24: (3 Punkte)

Berechnen Sie mit dem dualen Simplex-Verfahren die Lösung des LP

$$\begin{array}{rllll} \text{Minimiere} & 10x_1 & + & 15x_2 & + & 20x_3 \\ \text{unter} & 2x_1 & + & x_2 & \geq & 2, \\ & -x_1 & + & 2x_3 & \geq & -3, \\ & 3x_2 & - & 2x_3 & \geq & 5, \\ & & & & & x & \geq & 0. \end{array}$$