

Übungen zur Vorlesung **Optimierung I**

Übungsblatt 4, Abgabe: Freitag, 16.11.2007, 8.15 Uhr

Aufgabe 10: (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass das LP

maximiere $(1, 3, -10, 2, -4) x$
 unter

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -10 & 0 & -2 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

keine Lösung besitzt.

Aufgabe 11: (4 Punkte)

Lösen Sie folgendes LP mit dem einfachen Simplexverfahren:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximiere} & z(x) = 4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \\ \text{unter} & 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 10, \\ & x_1 + 4x_2 + x_3 + 5x_4 + 2x_5 = 10, \\ & x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 10, \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0. \end{array}$$

Bestimmen Sie dabei zunächst die Basislösung zur Basis $B = (1, 2, 3)$ und überprüfen Sie, dass diese zulässig ist. Berechnen Sie dann das zugehörige Starttableau für das Simplexverfahren.

Aufgabe 12: (4 Punkte)

Ein Betrieb stellt vier Güter P_1, P_2, P_3, P_4 her. Der Gewinn pro Mengeneinheit ist in Gewinneinheit:

Gut	P_1	P_2	P_3	P_4
Gewinn	12	8	10	1

Für die Produktion stehen pro Tag 50 Maschinenstunden und 120 Arbeitskraftstunden zur Verfügung. Für die einzelnen Produkte werden benötigt:

	Maschinenstunden	Arbeitskraftstunden
P_1	1	3
P_2	2	1
P_3	1	2
P_4	1	1

Formulieren Sie das zugehörige LP. Wie muss der Betrieb produzieren, um den Gewinn zu maximieren? Geben Sie den maximalen Gewinn an. Bestehen Überkapazitäten bei optimaler Produktion?

Aufgabe 13: (Programmieraufgabe, Abgabe: 23.11.2007, 8.15 Uhr)

Schreiben Sie ein Programm zum Simplex-Verfahren. Das Programm soll bei jedem Basistausch das Pivotelement und das daraus resultierende Tableau ausgeben. Lösen Sie damit das folgende LP, bei dem die Herstellung von 8 Produkten aus 11 Rohstoffen optimiert wird:

$$\max \{cx \mid Ax \leq b, x \geq 0\} \quad \text{mit}$$

$$c = (15, 15, 20, 30, 20, 40, 25, 18)$$

$$b = (150, 250, 100, 300, 200, 400, 500, 550, 350, 385, 200)^T$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 2 & 0 & 0 & 1.5 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1.2 & 1 & 0.5 & 0.4 & 3 & 3 & 1 \\ 0.5 & 0.4 & 1.5 & 1 & 1.5 & 3.2 & 1 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0.5 & 1 & 1.4 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 & 2 & 1.5 & 4 & 0 & 2 \\ 1.5 & 1.2 & 1.1 & 1.3 & 2 & 1.5 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0.7 & 1.5 & 2 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0.7 & 0.6 & 0.5 & 2 & 2.5 & 0 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0 & 2 & 1.5 & 3 & 0 & 0 & 5 \\ 0.4 & 0.5 & 0.5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie die optimale Lösung mit Ihrem Programm. Drucken Sie nur das optimale Tableau und die Indizes der verwendeten Pivotelemente aus. Der optimale Zielfunktionswert ist $z_0 = 6861.64$.