

Übungen zur Vorlesung Optimale Steuerprozesse I

Übungsblatt 6, Abgabe: Dienstag, 27.05.2008, 08.15 Uhr

Aufgabe 20: (2 Punkte)Gegeben sei der lineare, autonome Steuerprozess für eine skalare DGL n -ter Ordnung

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + a_0y = u(t), \quad a_i \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass der Steuerprozess für das zugehörige System 1. Ordnung vollständig steuerbar ist.

Aufgabe 21: (3 Punkte)

Führen Sie für den linearen autonomen Steuerprozess

$$(L) \quad \dot{x} = Ax + Bu, \quad A \text{ } (n \times n)\text{-Matrix, } B \text{ } (n \times m)\text{-Matrix,}$$

eine Koordinatentransformation

$$y = Qx, \quad Q \text{ reguläre } (n \times n)\text{-Matrix,}$$

durch. Zeigen Sie, dass der transformierte Steuerprozess

$$(\tilde{L}) \quad \dot{y} = \tilde{A}y + \tilde{B}u$$

genau dann vollständig steuerbar ist, wenn (L) vollständig steuerbar ist.**Aufgabe 22:** (3+3 Punkte)

Überprüfen Sie die folgenden Systeme

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

auf vollständige Steuerbarkeit:

(a)

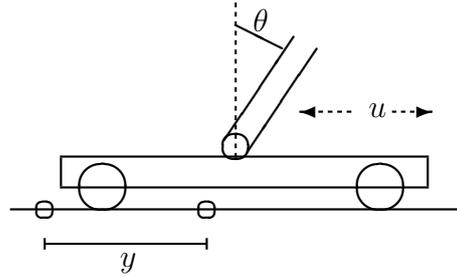
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 23: (2 Punkte)

Das Balancieren
eines gelenkig
gelagerten
Stabes auf
einer fahrbaren
Plattform kann
modelliert werden
durch das System



$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{3}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{12}{5} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ 0 \\ -\frac{6}{5} \end{pmatrix} u$$

mit $x_1 = \dot{y}$, $x_2 = \theta$, $x_3 = \dot{\theta}$. Überprüfen Sie das System auf vollständige Steuerbarkeit.