Prof. Dr. H. Maurer, Dipl. Math. Maike Schulte SS 07

Übungen zur Vorlesung „Höhere Numerische Mathematik“

Übungsblatt 6 , Abgabe: 18.05.2007 , 8.00 Uhr

Aufgabe 19: (4 Punkte)
In $(C[-1,1], \| \cdot \|_2)$ sei die Folge

$$f_n(x) = \left(\frac{n}{1 + n^4 x^2} \right)^{1/2}$$

gegeben. Zeigen Sie, daß die Folge im Mittel gegen $f(x) \equiv 0$ konvergiert; jedoch konvergiert sie nicht punktweise.

Aufgabe 20: (4 Punkte)
Sei $f \in C[-1,1]$, $f(x) = \sin(\pi x)$. Man bestimme die Proxima an f aus Π_k, $\ 0 \le k \le 2$, bezüglich der Norm $\| \cdot \|_2$

(a) über die Normalgleichungen;

(b) durch Entwickeln von f nach LEGENDRE-Polynomen.

Aufgabe 21: (4 Punkte)
Die periodische Funktion $f \in C(\mathbb{R})$ sei definiert durch periodische Fortsetzung von $f(x) = x^2$ für $x \in [-\pi, \pi]$. Berechnen Sie die FOURIER-Entwicklung von f und skizzieren Sie den Verlauf der Proxima aus span (u_0, u_1, u_2) und span $(u_0, u_1, u_2, u_3, u_4)$.

Aufgabe 22: (4 Punkte)
Für reellwertige Funktionen $f, g \in C[-n, n]$ mit $n \in \mathbb{N}^+$ sei das innere Produkt definiert durch

$$(f, g) := \sum_{k=-n}^{n} f(k) g(k) \ .$$

Bestimmen Sie ein System $\{p_0, p_1, p_2\}$ orthonormierter Polynome bezüglich $(\ \cdot\ ,\ \cdot\ )$ mit $p_i \in \Pi_i \quad (i = 0, 1, 2)$.