

Übungen zur Vorlesung „Höhere Numerische Mathematik“Übungsblatt 10 , Abgabe: 22.06.2007 , 8.00 Uhr

Aufgabe 30: (4 Punkte)

Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie: das Runge-Kutta Verfahren vierter Ordnung für die AWA

$$\begin{aligned}y'(x) &= f(x) \\ y(x_0) &= y_0, \quad x_0 \in [a, b]\end{aligned}$$

stimmt mit einer bekannten Integrationsformel überein.

Aufgabe 31: (4 Punkte)

Man gebe mittels Taylor-Entwicklung ein Einschritt-Verfahren p -ter Ordnung an für die AWA $y' = x + y$, $y(0) = 1$. Wie groß muss man $p \in \mathbb{N}_+$ wählen, damit $y(0.2)$ auf 4 Dezimalziffern korrekt berechnet wird bei Anwendung eines Schrittes mit $x_0 = 0$, $h = 0.2$.

Aufgabe 32: (4 Punkte)

Die skalare Gleichung zweiter Ordnung $y'' = f(y)$ wird als System

$$\begin{aligned}y' &= z, \\ z' &= f(y)\end{aligned}$$

geschrieben und approximiert durch

$$\begin{aligned}y_{k+1} &= y_k + h \left(z_k + \frac{1}{4}h(k_1 + k_2) \right), \\ z_{k+1} &= z_k + \frac{h}{4}(k_1 + 3k_2)\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}k_1 &= f(y), \\ k_2 &= f \left(y + \frac{2}{3}hz + \frac{9}{2}h^2k_1 \right).\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass der lokale Diskretisierungsfehler für y $\mathcal{O}(h^3)$ ist.