

Übungen zur Vorlesung Mathematische Modellierung

Übungsblatt 11, Abgabe bis 09.07.2008, 12 Uhr, Briefkasten 85

1. *A-B Spiel, Lineare Stabilitätsanalyse*

Betrachten Sie die Gleichung

$$\tilde{m}(t + \tau) = g\left(\tilde{m}(t) - \frac{1}{2}\right), \quad (1)$$

die in der Vorlesung für das flexible Entscheidungsmodell des *A-B* Spiels hergeleitet wurde. Die Funktion $\tilde{m}(t)$ gibt dabei das arithmetische Mittel der Wahrscheinlichkeiten an, dass die Teilnehmer sich zum Zeitpunkt t für den Zustand B entscheiden.

(a) Sei \tilde{m}_∞ ein stationärer Zustand der Gleichung (1), d.h. es gilt

$$\tilde{m}_\infty = g\left(\tilde{m}_\infty - \frac{1}{2}\right).$$

Betrachten Sie für die lineare Stabilitätsanalyse den Ansatz einer lokalen Störung um \tilde{m}_∞ der Form

$$\tilde{m}(t + \tau) = \tilde{m}_\infty + \eta n(t + \tau) + \mathcal{O}(\eta^2), \quad \eta \ll 1,$$

Geben Sie eine Bedingung für die Abnahme der Störung n und damit eine Bedingung für die lineare Stabilität von \tilde{m}_∞ an.

(b) Geben Sie für die Funktion

$$g(s) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{s}{\varepsilon}}}, \quad \varepsilon > 0,$$

die drei stationären Zustände an und prüfen Sie sie auf ihre lineare Stabilität.

2. *A-B Spiel, Kombination von flexiblen und unflexiblen Entscheidungen*

Wir wollen die in der Vorlesung vorgestellten Modelle zur Beschreibung des *A-B* Spiels erweitern, indem wir die $N = N_1 + N_2$ Teilnehmer in zwei Gruppen aufteilen.

Die erste Gruppe mit N_1 Teilnehmern trifft ihre Entscheidung sehr flexibel und völlig unabhängig von der eigenen Entscheidung beim letzten Mal. Wogegen die anderen N_2 Teilnehmer in der zweiten Gruppe mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit den Wert vom letzten Mal wählen und sich nur sehr selten umentscheiden.

Stellen Sie, ähnlich zur Vorlesung, ein gekoppeltes System von Gleichungen auf, wo für jede Gruppe ein eigener Mittelwert der Wahrscheinlichkeiten bestimmt wird. Versuchen Sie dabei die Vermischung von Gruppen zu vermeiden.

3. *A-B Spiel, "Realistisches" Entscheidungsmodell*

Entwickeln Sie ein eigenes Entscheidungsmodell für das *A-B* Spiel, das besser der Realität entspricht, als die in der Vorlesung vorgestellten Ansätze. Vergleichen Sie am Ende das eigene Modell mit den Daten auf der Vorlesungsseite.