

# Übungen zur Vorlesung Mathematische Modellierung

Übungsblatt 10, Abgabe bis 02.07.2008, 12 Uhr, Briefkasten 85

1. *Rückführung der Black-Scholes Differentialgleichung auf die Wärmeleitungsgleichung*  
Betrachten Sie, wie in der Vorlesung hergeleitet, die Vorwärtsformulierung der Black-Scholes Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -ru + rS \frac{\partial u}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 u}{\partial S^2} .$$

Zeigen Sie mit Hilfe der Variablentransformation

$$\begin{aligned} w &= \log S + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)\tilde{t} , \\ v &= \tilde{t} , \end{aligned}$$

und der Definition der Funktion

$$\tilde{u}(w, v) = e^{rv} u(S, T - \tilde{t}) ,$$

dass die obere Differentialgleichung auf die Wärmeleitungsgleichung der Form

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial v} = \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial w^2}$$

transformiert wird.