

Übung zur Mathematischen Bildverarbeitung

Übungsblatt 3, Abgabe bis 26.04.2007, 12 Uhr

1. *Fourier Transformation:*

Sei $u(x)$ gegeben durch

$$u(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } |x| < 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen sie die Fouriertransformierte $\mathcal{F}u(\omega)$ und zeigen sie dass $\mathcal{F}u(\omega) \in L^2(\mathbb{R})$ aber $i\omega\mathcal{F}u(\omega) \notin L^2(\mathbb{R})$.

2. *Mexican-Hat Wavelet:*

Wir betrachten die Funktion:

$$\psi(t) = (1 - t^2)e^{-\frac{t^2}{2}}$$

Zeichnen sie die Funktion und zeigen sie dass diese Funktion die negative 2te Ableitung der Gaußschen Funktion $e^{-\frac{t^2}{2}}$ ist.

Shannon-Wavelet:

Das Shannon Wavelet ist durch

$$\psi(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} (2 \cos(\pi t) - 1)$$

gegeben. Zeichnen sie diese Funktion und berechnen sie dessen Fourier Transformation.

3. *Programmierbeispiel I: Fast-Fourier Transformation*

Verwenden sie die Matlab-Funktion `fft` um die Fourierkoeffizienten des Signals

$$t = (0 : 0.001 : 1); \\ y = \sin(2\pi t \cdot 50) + \cos(2\pi t \cdot 220);$$

zu berechnen. Verrauschen sie das Signal mittels der Funktion `randn` und visualisieren sie die Frequenzanteile der beiden Signale.

4. *Programmierbeispiel II: Haar Wavelets*

Schreiben sie ein Programm dass die Wavelet Koeffizienten für das Haar Wavelet berechnet und speichern sie die Anzahl der aufeinanderfolgenden gleich bleibenden Einträge ab - 0 0 0 1 1 10 10 10 10 als 3 0 2 1 4 10
Vergleichen sie die Kompressionsraten der folgenden Signale:

- $y = (t \geq 0.1) + (t \geq 0.4) + 2(t \geq 0.6) - (t \geq 0.9)$
- $y = 2t + \sin(\pi t)$

für $t = (0 : 0.01 : 0.95)$. Vergleichen sie ihre Koeffizienten mit dem Ergebnis der Matlab Funktion `dwt` (discrete wavelet transform).