Übung zur Mathematischen Bildverarbeitung

Übungsblatt 11, Abgabe bis 28.06.2007, 12 Uhr

1. *Total Variation I:*
   Sei

$$a = \min_x f(x) \quad \text{und} \quad b = \max_x f(x)$$

   Zeigen sie dass für die Lösung u des ROF-Problems gilt:

$$a \leq u \leq b.$$

   Hinweis: Betrachten sie $\max\{\min\{u, b\}, a\}$.

2. *Total Variation II:*
   Geben sie für $\Omega \subset \mathbb{R}^2$

$$\frac{\lambda}{2} \int (u - f)^2 + \int |\frac{\partial u}{\partial x}| + |\frac{\partial u}{\partial y}| \to \min$$

   das duale Problem an.

3. *Total Variation III:*
   Zeigen sie dass Abbildung 1 keine Lösung des ROF-Problems sein kann.

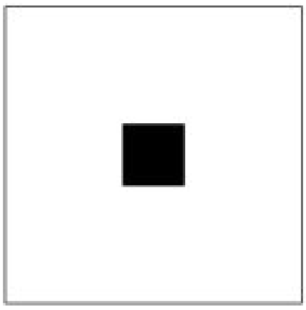

Abbildung 1: Square

   Hinweis: Vergleichen sie die totale Variation der Figur mit der eines Quadrates mit abgerundeten Kanten.

4. *Total Variation - Duale Methode:*
   Wir betrachten das Minimierungsproblem (siehe Gleichung (2.53) im Skript)

$$\int \left(\frac{1}{\lambda} \nabla \cdot g - f \right)^2 \to \min$$

   unter der Nebenbedingung

$$\|g\|_\infty \leq 1.$$

Schreiben sie eine Matlab Funktion welches die explizite Diskretisierung

$$g_{k+\frac{1}{2}} = g_k + \tau \nabla \left(\frac{1}{\lambda} \nabla \cdot g_k - f \right)$$
$$g_k = P(g_{k+\frac{1}{2}})$$

löst, wobei $P = \frac{g}{\|g\|}$ eine Projektion auf den Einheitskreis ist.Vergleichen sie die Lösungen für verschiedene Werte von λ und wählen sie τ geeignet.