

**Übungen zur Vorlesung Inverse Probleme partieller Differentialgleichungen**

Übungsblatt 7 , Abgabe: 2. 6. 2006 , 15.00 Uhr

**Aufgabe 24:** (4 Punkte)Sei  $R$  die Radon–Transformation im  $\mathbb{R}^n$ , also

$$Rf(\theta, s) = \int_{x \cdot \theta = s} f(x) dx.$$

Zeigen Sie: Für  $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$  und  $\alpha \in \mathbb{N}^n$  gilt

$$R(D^\alpha f)(\theta, s) = \theta^\alpha \left( \frac{\partial}{\partial s} \right)^{|\alpha|} (Rf)(\theta, s).$$

**Aufgabe 25:** (4 Punkte)Sei  $P$  die Röntgentransformation im  $\mathbb{R}^n$ , also

$$(Pf)(\theta, x) = \int_{\mathbb{R}} f(x + t\theta) dt$$

mit  $x \cdot \theta = 0$ . Zeigen Sie: Für  $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$  gilt

$$P^*Pf = 2|x|^{1-n} * f.$$

**Aufgabe 26:** (4 Punkte)Sei  $0 < \beta < \alpha < 2\pi$ ,  $\alpha + \beta = 2\pi$ .  $\Phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei stetig,  $\Phi(\xi) = 0$  für  $|\xi| \geq \alpha$ , und  $\Phi(\xi) > 0$  für  $|\xi| \leq \beta$ . Zeigen Sie:

$$e^{-ix\xi} = \frac{(2\pi)^{-1/2}}{\Phi(\xi)} \sum_m \widehat{\Phi}(x - m) e^{-im\xi}$$

für  $x \in \mathbb{R}$  und  $|\xi| \leq \beta$ .Hinweis: Betrachten Sie die Funktion  $\widehat{\Phi}(x - y)e^{-iy\xi}$ .**Aufgabe 27:** (4 Punkte)

Machen Sie sich mit den Funktionen zur Audioausgabe in Matlab vertraut. Benutzen Sie die Funktionen wavwrite und sound.

- Schreiben Sie ein Programm, das eine  $T$  Sekunden lange Audiodatei mit dem Kamerton A (440 Hz) bei einer Abtastrate von  $P$  Samples pro Sekunde erstellt.
- Schreiben Sie ein Programm, das eine Audiodatei erstellt, die die Funktion  $\sin(t^2/A^2)$  (chirp) für  $t = 0 \dots T$  (Sekunden) mit einer Abtastrate von  $P$  Samples pro Sekunde repräsentiert.
- Testen Sie Ihr Programm für  $T = 5$  und  $P = 8192$ . Wählen Sie  $A$  so, daß bei  $t = 5$  die Frequenz 1000 Hz beträgt.
- Spielen Sie Ihre Datei ab und erklären Sie das Ergebnis. Wie muß  $P$  mindestens gewählt werden, damit der Effekt nicht mehr auftritt?