

## Übungen zur Vorlesung Inverse Probleme partieller Differentialgleichungen

Übungsblatt 3 , Abgabe: 5.5.2006 , 15.00 Uhr

---

### Aufgabe 8: (4 Punkte)

Sei  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}$   $2\pi$ -periodisch,  $f|_{[-\pi, \pi]} \in L_2(-\pi, \pi)$ . Zeigen Sie:

- $f \in \mathcal{S}'$ .
- Berechnen Sie  $\hat{f}$  über die Fourierreihe von  $f$ .

### Aufgabe 9: (4 Punkte)

Sei  $f \in \mathcal{S}'$ . Dann ist auch  $\hat{f} \in \mathcal{S}'$ .

### Aufgabe 10: (4 Punkte)

Seien  $J_k(x)$  die Koeffizienten in der Laurent-Reihe

$$e^{x(z-1/z)/2} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} z^k J_k(x).$$

Zeigen Sie:

$$J_k(x) = \frac{i^{-k}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos \varphi - ik\varphi} d\varphi$$

### Aufgabe 11: (4 Punkte)

Sei für  $r > 0$

$$\delta_r(y) = (2\pi)^{-n} \int_{|\xi| \leq r} e^{iy \cdot \xi} d\xi.$$

- Zeigen Sie (für  $n = 2$ ):

$$\delta_r(y) = (2\pi)^{-n/2} r^n \frac{J_{n/2}(r|y|)}{(r|y|)^{n/2}}.$$

Benutzen Sie  $\int_0^z x^\nu J_{\nu-1}(x) dx = z^\nu J_\nu(z)$ .

- Zeigen Sie:  $\delta_r \rightarrow \delta$  in  $\mathcal{S}'$  für  $r \rightarrow \infty$ .