

Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische Mathematik

Übungsblatt 7 , Abgabe: 17.12.2002 , 11.00 Uhr

Aufgabe 29: (4 Punkte)

Auf der Homepage der Vorlesung finden Sie bei den Übungsaufgaben einen Link auf die Datei "C.matrix" (oder alternativ auf den Rechnern des Fachbereichs unter /u/wuebbel/C.matrix). Die Datei enthält eine 80x80-Matrix C , die ausschliesslich reelle Eigenwerte hat, die vom Betrag getrennt sind. Führen Sie an der Matrix folgende Berechnungen durch:

- Schätzen Sie den Betrag des betragsgrößten Eigenwerts von C ab.
- Berechnen Sie eine Näherung für den größten Eigenwert von C .
- Berechnen Sie eine Näherung für den kleinsten Eigenwert von C .
- Berechnen Sie eine Näherung für den betragskleinsten Eigenwert von C .
- Berechnen Sie eine Näherung für den Eigenwert von C , der am nächsten an -10 liegt.

Aufgabe 30: (4 Punkte)

Programmieren Sie den LR-Algorithmus und testen Sie ihn an der Matrix C aus der vorherigen Aufgabe. Geben Sie nach jedem Schritt die Summe der Beträge der Elemente der Iterationsmatrix unterhalb der Hauptdiagonalen aus.

Falls Sie mit Matlab programmieren: Sie dürfen die sparse-Funktion LU benutzen (siehe Matlab-Hilfe). Programmieren Sie in diesem Fall aber zusätzlich auch den QR-Algorithmus und testen Sie wieder an der Matrix C . Vergleichen Sie die Approximationen nach 100 Schritten der Algorithmen. Plotten Sie die Beträge der Iterationsmatrizen mit IMAGESC.

Aufgabe 31: (4 Punkte)

Sei A eine reelle $n \times n$ -Matrix. Die erste Spalte von A sei $(\alpha, a_1^t)^t$ mit einer reellen Zahl α und einem Vektor a_1 der Länge $n - 1$.

- Bestimmen Sie eine Spiegelung S' im \mathbb{R}^{n-1} , so dass

$$S'a_1 = \|a_1\|e_1.$$

- Sei S eine $n \times n$ -Matrix,

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & S' \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie: $B = SAS^{-1}$ erfüllt $B_{k,1} = 0$ für $k > 2$.

- Formulieren Sie einen Algorithmus, der zu jeder Matrix A eine Hessenbergmatrix H berechnet, die zu A ähnlich ist. Was gilt, wenn A symmetrisch ist?

Aufgabe 32: (4 Punkte)

Geben Sie eine Erweiterung des QR-Algorithmus an, der die Eigenvektoren einer Matrix mit n unterschiedlichen Eigenwerten berechnet.

Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Eigenvektoren einer Dreiecksmatrix.