

Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische MathematikÜbungsblatt 14 , Abgabe: 4.2.2003 , 11.00 Uhr

Aufgabe 45: (4 Punkte)

Es sei n_i die Bulirsch-Folge mit $n_1 = 1$, $n_{2^i} = 2^i$ und $n_{2^{i+1}} = 3 \cdot 2^{i-1}$. Sei $h_i = 1/n_i$. Berechnen Sie mit Hilfe der Romberg-Idee aus den Werten $T_1(h_k)$, $k = 1 \dots 3$, eine Integrationsformel mit der Genauigkeit h^6 .

Aufgabe 46: (4 Punkte)

Benutzen Sie eine Taylor-Entwicklung um 0, um das Integral

$$\text{Si}(1) = \int_0^1 \frac{\sin t}{t} dt$$

mit einer Genauigkeit von 10^{-4} zu berechnen.

Aufgabe 47: (4 Punkte)

Die offenen Newton-Cotes-Formeln erhält man durch Auswertung an den Stützstellen $x_k = a + (k+1)h$, $k = 0 \dots n$, $h = (b-a)/(n+2)$, $n \geq 0$. Berechnen Sie die Gewichte für $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$.

Aufgabe 48: (4 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm für die Romberg-Integration und testen Sie es für $\int_0^1 \exp(x) dx$ und $\int_0^1 \sqrt{x} dx$. Begründen Sie, warum im zweiten Fall keine guten Ergebnisse geliefert werden. Formulieren Sie eine Idee, wie man hier trotzdem zu guten Ergebnissen kommen kann. Hinweis: Unterteilen Sie das Intervall.