

**Übungen zur Vorlesung Einführung in die Numerische Mathematik**

Übungsblatt 11 , Abgabe: 28.1.2003 , 11.00 Uhr

**Aufgabe 41:** (4 Punkte)Seien  $a < b$  zwei reelle Zahlen,  $h = \frac{b-a}{n}$ ,  $x_k = a + kh$ ,  $k = 0 \dots n$ ,  $n > 0$  gerade. Sei

$$w(x) = \prod_{k=0}^n (x - x_k).$$

Zeigen Sie:  $w(x_{n/2} - \alpha) = -w(x_{n/2} + \alpha)$ .**Aufgabe 42:** (4 Punkte)a) Berechnen Sie die Newton–Cotes–Formel der Ordnung  $n = 6$ .b) Zeigen Sie, dass für die Ordnung  $n = 8$  negative Gewichte auftreten. Hinweis: Berechnen Sie das Gewicht der dritten Stützstelle. Begründen Sie, warum negative Gewichte numerisch bedenklich sind.**Aufgabe 43:** (4 Punkte)Sei  $f(x) = \sin x$  in  $[0, \pi/4]$ . Berechnen Sie das Polynom dritten Grades, das  $f(x)$  am besten bezüglich  $\|\cdot\|_2$  approximiert. Zeichnen Sie beide Funktionen.**Aufgabe 44:** (4 Punkte)Seien  $a, b \in \mathbb{R}^n$ . Dann ist der Vektor  $c = (a * b) \in \mathbb{R}^n$  definiert durch  $c_k = \sum_{j=0}^{n-1} a_j b_{k-j}$ ,  $k = 1 \dots n$ , wobei  $b_l = b_{l+n}$  und  $a_l = a_{l+n}$  definiert ist. Zeigen Sie:a)  $\hat{c}_k = n \hat{a}_k \hat{b}_k$ b) Sei  $n = 2^m$  für eine ganze Zahl  $m$ . Dann kann man  $c$  aus  $a$  und  $b$  in  $O(n \log n)$  Rechenoperationen berechnen.