

## Übungen zur Vorlesung Numerik

Übungsblatt 8, Abgabe: Dienstag, 16.06.09, 12.00 Uhr

**Aufgabe 28:** (4 Punkte)

Zeigen Sie: Die  $QR$ -Zerlegung einer invertierbaren  $(n, n)$ -Matrix  $A$  ist eindeutig bis auf Multiplikation mit einer Diagonalmatrix  $D$  mit  $|D_{ii}| = 1$ ,  $i = 1, \dots, n$ , d.h. falls  $A = QR = Q'R'$ , so gilt  $Q = Q'D$ .

**Aufgabe 29:** (4 Punkte)

Ein Versuch mit  $m$  Messungen führt auf ein lineares Ausgleichsproblem mit der  $(m, n)$ -Matrix  $A$ . Die Matrix  $A$  liege in  $QR$ -Zerlegung  $A = QR$  vor. Nun werde ein weiterer Messwert (an erster Stelle) hinzugeführt. Geben Sie Formeln zur Berechnung von  $\tilde{Q}\tilde{R} = \tilde{A}$  mit

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} \omega^T \\ A \end{pmatrix}, \quad \omega \in \mathbb{R}^n$$

unter Benutzung der  $QR$ -Zerlegung von  $A$  an.

**Aufgabe 30:** (4 Punkte)

- Gegeben sei die  $(1, n)$ -Matrix  $A \neq 0$ . Geben Sie die verallgemeinerte Inverse  $A^+$  von  $A$  an und bestimmen Sie die verallgemeinerte Lösung des Systems  $Ax = 1$ .
- Geben Sie die verallgemeinerte Inverse der  $(n, 1)$ -Matrix  $A \neq 0$  an.
- Geben Sie die verallgemeinerte Inverse der  $(n, m)$ -Matrix  $A = 0$  an.

**Aufgabe 31:** (4 Punkte)

Gegeben Sei folgende Iteration

$$x_{k+1} = \frac{1}{2} \left( x_k + \frac{a}{x_k} \right)$$

mit  $a > 0$ . Überprüfen Sie die Konvergenz der Folge. Geben Sie den Grenzwert an, falls dieser existiert.