

## Übungen zur Vorlesung Numerik

Übungsblatt 7, Abgabe: Dienstag, 09.06.09, 12.00 Uhr

**Aufgabe 24:** (4 Punkte)

Für die Größen  $\alpha$  und  $\beta$  wird ein linearer Zusammenhang  $y = \alpha + \beta t$  mit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  vermutet. In einem Experiment werden für die Punkte  $t_i$  die Werte  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, 7$  gemessen:

$t_i$	1	2	3	4	5	6	7
$y_i$	1.2	1.9	3.1	4.2	5.0	6.5	6.8

Stellen Sie ein Gleichungssystem  $Ax = b$  mit  $x = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$  auf und bestimmen Sie die Lösung des linearen Ausgleichsproblems mit Hilfe der Normalgleichungen. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit Matlab und plotten Sie die Lösung und die Messwerte zusammen in einer Figure.

Hinweis: Mit den Befehlen `hold on` und `hold off` können mehrere Funktionen, Messwerte etc. in einer Figure geplottet werden. Unter dem Begriff `linespec` finden Sie in der Matlab-Hilfe einige Möglichkeiten, die Funktionen in einer Figure unterschiedlich zu gestalten.

**Aufgabe 25:** (4 Punkte)

Der Gezeitenwasserstand in der Nordsee werde in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  (in Stunden) durch

$$H(t) = h + a \sin \frac{2\pi t}{12} + b \cos \frac{2\pi t}{12}$$

mit unbekanntenen Konstanten  $h, a, b$  beschrieben. Folgende Messwerte liegen vor:

$t$	0	2	4	6	8	10	Stunden
$H(t)$	1.0	1.6	1.4	0.6	0.2	0.8	$m$

Bestimmen Sie  $h, a, b$  aus dem überbestimmten Gleichungssystem  $H(t_i) = h_i$ ,  $t_i = 0, 2, \dots, 10$  mit Hilfe der Normalgleichungen. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit Matlab und plotten Sie die Lösung und die Messwerte zusammen in einer Figure.

**Aufgabe 26:** (4 Punkte)

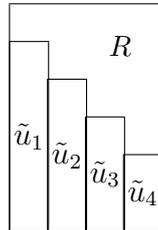
Berechnen Sie die kleinste-Quadrate-Lösung des Gleichungssystems  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 4 & -8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix},$$

indem Sie das Householder-Verfahren von Hand durchführen, um die Matrizen  $Q$  und  $R$  zu bestimmen und das Gleichungssystem  $Rx = Q^*b$  zu lösen. Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit Matlab. Schauen Sie sich dazu die Hilfe zu dem Befehl `qr` an.

**Aufgabe 27: (Programmieraufgabe, Abgabe: Dienstag, 09.06.09, 12.00 Uhr)**

Schreiben Sie ein Programm zur  $QR$ -Zerlegung einer  $(m \times n)$ -Matrix  $A$  ( $m \geq n$ ). Dieses Programm soll eine  $((m+1) \times n)$ -Matrix zurückgeben, deren oberer rechter Teil die Matrix  $R$  enthält. In den Spalten unterhalb von  $R$  befinden sich die Vektoren  $\tilde{u}_j := \sqrt{\beta_j} u_j$  zur Berechnung der Matrizen  $Q_j$  bzw.  $\tilde{Q}_j$ , z.B.:



Benutzen Sie so wenig Speicherplatz wie möglich!

Lösen Sie mit Hilfe dieses Programmes das LGS aus Aufgabe 26.