

## Übungen zur Vorlesung Numerik

Übungsblatt 5, Abgabe: Dienstag, 19.05.09, 12.00 Uhr

---

---

**Aufgabe 16:** (4 Punkte)Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2(x_2 - x_3)^2$ .

- (a) Bestimmen Sie die relative Konditionszahl  $\kappa_{rel}$  in der Supremumsnorm.
- (b) Sei  $\tilde{x} = x + \Delta x$  eine Näherung von  $x = (2.00, 1.00, 0.98)$  mit  $|\Delta x_i| \leq 0.005$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Schätzen Sie mit Hilfe von (a) den relativen Fehler von  $f$  ab.

**Aufgabe 17:** (6 Punkte)Mit  $\|\cdot\|$  werde eine Vektornorm des  $\mathbb{R}^n$  und die zugeordnete Matrix-Norm bezeichnet.

Beweisen Sie:

- (a)  $\|AB\| \leq \|A\| \|B\|$ ,
- (b)  $\kappa(AB) \leq \kappa(A)\kappa(B)$ ,
- (c)  $\kappa_2(Q) = 1$ , wenn  $Q$  orthogonal,
- (d)  $\kappa_2(QA) = \kappa_2(A)$ , wenn  $Q$  orthogonal.

**Aufgabe 18:** (4 Punkte)Sei  $A \in GL(n)$  symmetrisch positiv definit. Zeigen Sie, dass in diesem Fall

$$\kappa_2(A) = \frac{\lambda_{max}(A)}{\lambda_{min}(A)}$$

gilt.

**Aufgabe 19: (Programmieraufgabe, Abgabe: 26.05.2009, 12.00 Uhr)**Erläutern Sie kurz den Begriff Maschinengenauigkeit. Schreiben Sie einen Matlab-Algorithmus zur Ermittlung der Maschinengenauigkeit. Überprüfen Sie Ihr Verfahren, indem Sie Ihr Ergebnis mit der in Matlab vorgelegten Variablen  $eps$  vergleichen.