

Übungen zur Vorlesung Numerik

Übungsblatt 5, Abgabe: Dienstag, 19.05.09, 12.00 Uhr

Aufgabe 16: (4 Punkte)Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2(x_2 - x_3)^2$.

- (a) Bestimmen Sie die relative Konditionszahl κ_{rel} in der Supremumsnorm.
- (b) Sei $\tilde{x} = x + \Delta x$ eine Näherung von $x = (2.00, 1.00, 0.98)$ mit $|\Delta x_i| \leq 0.005$, $i = 1, 2, 3$. Schätzen Sie mit Hilfe von (a) den relativen Fehler von f ab.

Aufgabe 17: (6 Punkte)Mit $\|\cdot\|$ werde eine Vektornorm des \mathbb{R}^n und die zugeordnete Matrix-Norm bezeichnet.

Beweisen Sie:

- (a) $\|AB\| \leq \|A\| \|B\|$,
- (b) $\kappa(AB) \leq \kappa(A)\kappa(B)$,
- (c) $\kappa_2(Q) = 1$, wenn Q orthogonal,
- (d) $\kappa_2(QA) = \kappa_2(A)$, wenn Q orthogonal.

Aufgabe 18: (4 Punkte)Sei $A \in GL(n)$ symmetrisch positiv definit. Zeigen Sie, dass in diesem Fall

$$\kappa_2(A) = \frac{\lambda_{max}(A)}{\lambda_{min}(A)}$$

gilt.

Aufgabe 19: (Programmieraufgabe, Abgabe: 26.05.2009, 12.00 Uhr)Erläutern Sie kurz den Begriff Maschinengenauigkeit. Schreiben Sie einen Matlab-Algorithmus zur Ermittlung der Maschinengenauigkeit. Überprüfen Sie Ihr Verfahren, indem Sie Ihr Ergebnis mit der in Matlab vorgelegten Variablen eps vergleichen.