

Übungen zur Vorlesung Numerik

Übungsblatt 3, Abgabe: Dienstag, 05.05.09, 12.00 Uhr

Aufgabe 8: (4 Punkte)Eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist strikt diagonaldominant, falls

$$|a_{ii}| > \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}| \quad \text{für } i = 1, \dots, n.$$

Zeigen Sie, dass eine strikt diagonaldominante Matrix A eine eindeutige LR-Zerlegung besitzt.**Aufgabe 9:** (4 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 10 \\ 6 & 13 & 13 \\ 10 & 13 & 27 \end{pmatrix}$$

die Voraussetzungen für die Cholesky-Zerlegung erfüllt sind. Untersuchen Sie zur Feststellung der Definitheit die Hauptminoren.

Berechnen Sie für A und B die Cholesky-Zerlegung und überprüfen Sie ihr Ergebnis mit Matlab. Benutzen Sie dazu den Befehl `chol`.b) Lösen Sie mit Hilfe der berechneten Zerlegung für B das Gleichungssystem $Bx = b$ mit $b = (6, 19, 9)^T$.**Aufgabe 10:** (4 Punkte)

Überprüfen Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 10 \end{pmatrix}$$

auf Definitheit und berechnen Sie die LDL^T -Zerlegung mit Hilfe der LR -Zerlegung.**Aufgabe 11:** (4 Punkte)

Sei

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & \alpha & 3 \end{pmatrix}.$$

Für welche Werte von α ist M positiv definit? Bestimmen Sie die Cholesky-Zerlegung. **Tipp:** Berücksichtigen Sie die Block-Struktur der Matrix M .