

Übungen zur Vorlesung Numerik

Übungsblatt 11, Abgabe: Dienstag, 07.07.09, 12.00 Uhr

Aufgabe 40: (4 Punkte)

Bei der Berechnung der Grundfrequenzen und Schwingungsformen eines linearen Schwingungssystems stellt sich die Aufgabe der Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren einer Matrix

$$A = \begin{pmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie für $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Potenzmethode vier Iterationen zur Bestimmung des größten Eigenwertes von A .
- (b) Bestimmen Sie für $c_1 = 8$, $c_2 = 3$, $c_3 = 11$ den größten Eigenwert und zugehörigen Eigenvektor der Matrix A . Benutzen Sie a) zur Berechnung einer Näherung und vergleichen Sie die Resultate. Erklären Sie insbesondere die schlechte Konvergenz des Eigenvektors.

Aufgabe 41: (6 Punkte)

Sei $p \in \mathbb{P}_3$ das Polynom, das die Funktion $f(x) = \sqrt{2x}$ an den Stützpunkten $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$, $x_3 = 9$ interpoliert.

- (a) Bestimmen Sie p mit der Formel von Lagrange.
- (b) Bestimmen Sie p mit der Newtonschen Interpolationsformel.
- (c) Das Polynom $p_2 \in \mathbb{P}_2$ interpoliere $f(x) = \sqrt{2x}$ in den Knoten 1, 2, 3. Geben Sie eine Abschätzung für den Interpolationsfehler im Intervall $[1, 3]$ an.

Aufgabe 42: (2 Punkte)

Sei $p \in \mathbb{P}_2$ das Interpolationspolynom zu gegebenen Stützwerten

x_j	-1	0	2
f_j	-1	-3	2

mit $p(x_j) = f_j$, $j = 0, 1, 2$.

Berechnen Sie mit dem Algorithmus von Neville zu $x = 1$ den Wert $p(x)$.

Aufgabe 43: (Programmieraufgabe, Abgabe: 14.07.09, 12.00 Uhr)

Programmieren Sie die Potenzmethode und die inverse Potenzmethode und testen Sie Ihren Algorithmus an der Aufgabe 40 b.