

6. Übungszettel zur Vorlesung „Zahlen und Zahlentheorie“

SoSe 2018
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Nils Leder
Cora Welsch

Aufgabe 6.1

Sei $G = \{g_1 = e, g_2, \dots, g_n\}$ eine endliche abelsche Gruppe mit n Elementen. Sei $x = g_1 * g_2 * \dots * g_n$ das Produkt aller Elemente aus G . Zeige: x hat Ordnung 1 oder 2.

Aufgabe 6.2

Sei $(G, *)$ eine abelsche Gruppe. Beweise oder widerlege: Sind $H, K \subseteq G$ Untergruppen von G , so ist auch die Teilmenge $H * K := \{h * k \mid h \in H, k \in K\}$ eine Untergruppe von G .

Aufgabe 6.3

Bestimme die Einheiten in folgenden kommutativen Ringen.

- a) $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$
- b) $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$
- c) $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$
- d) $\mathbb{Z}/14\mathbb{Z}$

Aufgabe 6.4

Seien $d_1, \dots, d_s \in \mathbb{N}$ paarweise teilerfremd und $a_1, \dots, a_s \in \mathbb{Z}$. Seien $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $x \equiv a_k \pmod{d_k}$ und $y \equiv a_k \pmod{d_k}$ für alle $k = 1, \dots, s$. Zeige: Für $d := d_1 \cdot \dots \cdot d_s$ gilt $d \mid (x - y)$.

Abgabe bis: Donnerstag, den 31.5.2018, 8 Uhr