

10. Übungszettel zur Vorlesung „Zahlen und Zahlentheorie“

SoSe 2018
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer
Dr. Cora Welsch
Nils Leder

Aufgabe 10.1

Bestimme alle Lösungen der folgenden quadratischen Kongruenzen:

(i) $x^2 \equiv 7 \pmod{17}$

(ii) $x^2 \equiv 40 \pmod{43}$

(iii) $x^2 \equiv -1 \pmod{31}$

(iv) $x^2 \equiv 66 \pmod{31}$

Aufgabe 10.2

Berechne die folgenden Legendre-Symbole:

(i) $\left(\frac{2048}{41}\right)$

(ii) $\left(\frac{2}{43}\right)$

(iii) $\left(\frac{17}{43}\right)$

(iv) $\left(\frac{-1}{11}\right)$

Aufgabe 10.3

Sei $f: (\mathbb{Z}/p)^* \rightarrow \{\pm 1\}$ ein Homomorphismus. Zeige: wenn f nicht konstant ist, so ist $f([a]_p) = \left(\frac{a}{p}\right)$ für alle $[a]_p \in (\mathbb{Z}/p)^*$.

Hinweis: Betrachten Sie eine Primitivwurzel modulo p .

Aufgabe 10.4

Zeige: Für $p \in \mathbb{P}$ ist die Anzahl der Kongruenzklassen von Primitivwurzeln modulo p gegeben durch $\varphi(\varphi(p))$.

Bestimme alle Primitivwurzeln modulo 19.

Abgabe bis: Donnerstag, den 28.6.2018, 8 Uhr