

## 8. Übungszettel zur Vorlesung „Topologische Gruppen“

SoSe 2020  
WWU Münster

Prof. Dr. Linus Kramer  
Daniel Keppeler  
Philip Möller

---

### Aufgabe 8.1

Beweise direkt aus der Definition, dass jeder lokalkompakte Raum Čech-vollständig ist.

### Aufgabe 8.2

Begründe, welche der folgenden Räume Čech-vollständig sind:

- a)  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$
- b)  $\mathbb{Q}$
- c)  $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$

### Aufgabe 8.3

Zeige: Jede abgeschlossene Menge in einem metrischen Raum ist eine  $G_\delta$ -Menge.

**Definition:** Eine Hausdorffsche topologische Gruppe  $G$  heißt vollständig, wenn folgendes gilt:

Ist  $\mathcal{E}$  eine Menge von abgeschlossenen Teilmengen von  $G$ , welche die endliche Durchschnittseigenschaft hat, und gibt es zu jeder Einsumgebung  $W \subseteq G$  ein  $E \in \mathcal{E}$  mit  $E^{-1}E \subseteq W$  und  $EE^{-1} \subseteq W$ , so ist  $\bigcap \mathcal{E} \neq \emptyset$ .

### Aufgabe 8.4

Zeige: Jede Čech-vollständige Gruppe ist vollständig.

Abgabe bis: Donnerstag, den 25.06.2020, 8 Uhr online im Learnwebkurs