Prof. Dr. L. Kramer
Dr. O. Varghese SS 15

1. Quiz zur Grundlagen der Analysis, Topologie und Geometrie

am Donnerstag 07. 05. 2015 in der Vorlesung, Abgabe in die Briefkästen

Version 1

Name: **Übungsgruppe:**

1. Die Teilmenge
$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\geq 0 \text{ und } y\geq 0\right\}\subseteq\mathbb{R}^2$$
ist weder offen noch abgeschlossen in $(\mathbb{R}^2,\mathcal{T}_d)$.
□ richtig □ falsch

2. Sei X ein topologischer Raum. Es gilt: $\overline{\emptyset}=\emptyset$ und $\mathrm{Int}(\emptyset)=\emptyset$.
□ richtig □ falsch

3. Seien X,Y topologische Räume und $A\subseteq X$, $B\subseteq Y$ Teilmengen. Wenn A abgeschlossen in X und B abgeschlossen in Y ist, dann ist $A\times B$ abgeschlossen in $X\times Y$.
□ richtig □ falsch

4. Die Teilmenge
$$\{(x,y)\mid xy=1\}\subseteq\mathbb{R}^2$$
ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^2$.
□ richtig □ falsch

5. Die Teilmenge
$$\left\{(x,y)\mid x^2+y^2=1\right\}\subseteq\mathbb{R}^2$$
ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^2$.
□ richtig □ falsch

6. Die Teilmenge
$$\left\{(x,y)\mid x^2+y^2\leq 1\right\}\subseteq\mathbb{R}^2$$
ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^2$.
□ richtig □ falsch

7. Sei X ein topologischer Raum und $A\subseteq X$. Dann ist A offen oder abgeschlossen in X.
□ richtig □ falsch

8. Sei $(X,\mathcal{T})$ ein topologischer Raum und sei A eine Menge von abgeschlossenen Mengen in X. Dann ist $\bigcup A$ abgeschlossen in X.
□ richtig □ falsch

9. Sei $(X,\mathcal{T})$ ein topologischer Raum und sei A eine Menge von abgeschlossenen Mengen in X. Dann ist $\bigcap A$ abgeschlossen in X.
□ richtig □ falsch

10. Sei A eine nichtleere Menge von Topologien auf X. Dann ist $\bigcup A$ eine Topologie auf X.

    □ richtig □ falsch

11. Seien $(X, \mathcal{T}_X)$ und $(Y, \mathcal{T}_Y)$ topologische Raume und $f : X \to Y$ eine stetige Abbildung. Für $U \in \mathcal{T}_X$ gilt dann stets $f(U) \in \mathcal{T}_Y$.

    □ richtig □ falsch

12. Sei X ein topologischer Raum und $Y \subseteq X$. Weiter sei $U \subseteq Y$ offen in Y. Dann ist U offen in X.

    □ richtig □ falsch

13. Sei X ein topologischer Raum und $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge in X. Dann ist der Grenzwert von $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eindeutig.

    □ richtig □ falsch

14. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und $\mathcal{B}$ eine Basis für $\mathcal{T}$. Weiter sei $U \in \mathcal{T}$ beliebig. Dann lässt sich U eindeutig als Vereinigung von Elementen aus $\mathcal{B}$ schreiben.

    □ richtig □ falsch

15. Seien $(X, \mathcal{T}_X)$ und $(Y, \mathcal{T}_Y)$ topologische Räume. Weiter sei $\mathcal{B}$ eine Basis für $\mathcal{T}_Y$ und $f : X \to Y$ eine Abbildung. Dann ist f genau dann stetig, wenn $f^{-1}(U) \in \mathcal{T}_X$ für alle $U \in \mathcal{B}$ gilt.

    □ richtig □ falsch

16. Sei X ein topologischer Raum und $A \subseteq X$ Teilmenge mit der Teilraumtopologie versehen. Dann ist die Inklusion $i : A \to X$ stetig.

    □ richtig □ falsch

17. Sei $\mathbb{R}$ mit der diskreten Topologie $\mathcal{P}(\mathbb{R}))$ versehen. Dann existiert eine abzählbare Basis für $\mathcal{P}(\mathbb{R})$.

    □ richtig □ falsch

18. Sei $\mathbb{Z}$ mit der koendlichen Topologie versehen. Dann ist $\mathbb{Z}$ metrisierbar.

    □ richtig □ falsch

19. Es exisitert ein Homöomorphismus

    $$\varphi : [2, 3] \to \mathbb{R}$$

    □ richtig □ falsch

20. Seien X, Y topologische Räume, I eine beliebige Indexmenge, A_i für $i \in I$ abgeschlossen und $\bigcup \{A_i \mid i \in I\} = X$. Weiter sei $f : X \to Y$ eine Abbildung und $f_i : A_i \to Y$, $f_i(a) = f(a)$ für jedes $i \in I$ stetig. Dann ist f in jedem Fall stetig.

    □ richtig □ falsch

Prof. Dr. L. Kramer
Dr. O. Varghese

SS 15

1. Quiz zur Grundlagen der Analysis, Topologie und Geometrie

am Donnerstag 07. 05. 2015 in der Vorlesung, Abgabe in die Briefkästen

Version 2

Name: **Übungsgruppe:**

1. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und sei A eine Menge von abgeschlossenen Mengen in X. Dann ist $\bigcap A$ abgeschlossen in X.

   □ richtig □ falsch

2. Sei A eine nichtleere Menge von Topologien auf X. Dann ist $\bigcup A$ eine Topologie auf X.

   □ richtig □ falsch

3. Seien $(X, \mathcal{T}_X)$ und $(Y, \mathcal{T}_Y)$ topologische Raume und $f : X \to Y$ eine stetige Abbildung. Für $U \in \mathcal{T}_X$ gilt dann stets $f(U) \in \mathcal{T}_Y$.

   □ richtig □ falsch

4. Sei X ein topologischer Raum und $Y \subseteq X$. Weiter sei $U \subseteq Y$ offen in Y. Dann ist U offen in X.

   □ richtig □ falsch

5. Sei X ein topologischer Raum und $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge in X. Dann ist der Grenzwert von $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eindeutig.

   □ richtig □ falsch

6. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und $\mathcal{B}$ eine Basis für $\mathcal{T}$. Weiter sei $U \in \mathcal{T}$ beliebig. Dann lässt sich U eindeutig als Vereinigung von Elementen aus $\mathcal{B}$ schreiben.

   □ richtig □ falsch

7. Seien $(X, \mathcal{T}_X)$ und $(Y, \mathcal{T}_Y)$ topologische Räume. Weiter sei $\mathcal{B}$ eine Basis für $\mathcal{T}_Y$ und $f : X \to Y$ eine Abbildung. Dann ist f genau dann stetig, wenn $f^{-1}(U) \in \mathcal{T}_X$ für alle $U \in \mathcal{B}$ gilt.

   □ richtig □ falsch

8. Sei X ein topologischer Raum und $A \subseteq X$ Teilmenge mit der Teilraumtopologie versehen. Dann ist die Inklusion $i : A \to X$ stetig.

   □ richtig □ falsch

9. Sei $\mathbb{R}$ mit der diskreten Topologie $\mathcal{P}(\mathbb{R})$) versehen. Dann existiert eine abzählbare Basis für $\mathcal{P}(\mathbb{R})$.

   □ richtig □ falsch

10. Sei $\mathbb{Z}$ mit der koendlichen Topologie versehen. Dann ist $\mathbb{Z}$ metrisierbar.

    □ richtig □ falsch

11. Es exisitert ein Homöomorphismus

$$\varphi : [2, 3] \to \mathbb{R}$$

    □ richtig □ falsch

12. Seien X, Y topologische Räume, I eine beliebige Indexmenge, A_i für $i \in I$ abgeschlossen und $\bigcup \{A_i \mid i \in I\} = X$. Weiter sei $f : X \to Y$ eine Abbildung und $f_i : A_i \to Y$, $f_i(a) = f(a)$ für jedes $i \in I$ stetig. Dann ist f in jedem Fall stetig.

    □ richtig □ falsch

13. Die Teilmenge
$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0 \text{ und } y \geq 0\right\} \subseteq \mathbb{R}^2$$
ist weder offen noch abgeschlossen in $(\mathbb{R}^2, \mathcal{T}_d)$.

    □ richtig □ falsch

14. Sei X ein topologischer Raum. Es gilt: $\overline{\emptyset} = \emptyset$ und $\mathrm{Int}(\emptyset) = \emptyset$.

    □ richtig □ falsch

15. Seien X, Y topologische Räume und $A \subseteq X$, $B \subseteq Y$ Teilmengen. Wenn A abgeschlossen in X und B abgeschlossen in Y ist, dann ist $A \times B$ abgeschlossen in $X \times Y$.

    □ richtig □ falsch

16. Die Teilmenge
$$\{(x, y) \mid xy = 1\} \subseteq \mathbb{R}^2$$
ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^2$.

    □ richtig □ falsch

17. Die Teilmenge
$$\left\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\right\} \subseteq \mathbb{R}^2$$
ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^2$.

    □ richtig □ falsch

18. Die Teilmenge
$$\left\{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\right\} \subseteq \mathbb{R}^2$$
ist abgeschlossen in $\mathbb{R}^2$.

    □ richtig □ falsch

19. Sei X ein topologischer Raum und $A \subseteq X$. Dann ist A offen oder abgeschlossen in X.

    □ richtig □ falsch

20. Sei $(X, \mathcal{T})$ ein topologischer Raum und sei A eine Menge von abgeschlossenen Mengen in X. Dann ist $\bigcup A$ abgeschlossen in X.

    □ richtig □ falsch