9. Übungszettel zur Vorlesung „Gebäude“

SoSe 2017 Dr. Olga Varghese
WWU Münster Nils Leder

Aufgabe 9.1
Sei Γ_0 ein endliches partielles m-Eck mit $\operatorname{diam}(\Gamma_0) \geq m+1$ und $\mathcal{T}(\Gamma_0) = \bigcup_{i\in\mathbb{N}} \Gamma_i$ der freie Abschluss von Γ_0. Sei weiter δ_m die gewichtete Eulercharakteristik. Zeige:

a) Es gilt $\delta_m(\Gamma_0) = \delta_m(\Gamma_i)$ für alle $i \in \mathbb{N}$.

b) Ist A ein endlicher zusammenhängender Graph mit $\Gamma_0 \subseteq A \subseteq \Gamma_i$, dann gilt $\delta_m(\Gamma_0) \leq \delta_m(A)$.

Aufgabe 9.2
Sei Γ ein dickes verallgemeinertes m-Eck und $v, w \in V(\Gamma)$ zwei Ecken. Weiter sei die Valenz $\operatorname{val}(v)$ die Anzahl der Nachbarn von v, d.h. $\operatorname{val}(v) = \#\Gamma_v$. Zeige:

i) Haben v und w geraden Abstand voneinander, so gilt $\operatorname{val}(v) = \operatorname{val}(w)$.

ii) Ist m ungerade, so haben alle Ecken in Γ die gleiche Valenz.

Hinweis: Beweise die Aussage mithilfe der folgenden zwei Schritte:
1. Schritt: Benutze, dass gegenüberliegende Ecken v, w (d.h. Ecken mit Abstand m) die gleiche Valenz besitzen. (Dies ist Teil *ii)* von Lemma 22 in der Vorlesung.)
2. Schritt: Haben v und w eine gemeinsame benachbarte Ecke, so existiert eine Ecke, die sowohl gegenüber von v als auch gegenüber von w liegt, d.h. eine Ecke x mit $d(v, x) = d(w, x) = m$.

Definition: Sei W eine Gruppe und $I \subseteq W$ ein Erzeugendensystem, das aus Involutionen (d.h. Elementen der Ordnung 2) besteht. Wir sagen, (W, I) erfüllt die *folding condition* **(F)**, wenn gilt:

(F) Ist $w \in W$ und $i, j \in I$ mit $l_I(iw) = l(w) + 1$ und $l(wj) = l(w) + 1$, dann gilt $l(iwj) = l(w) + 2$ oder $iwj = w$.

Aufgabe 9.3
Sei W eine Gruppe, die von einer Menge I von Involutionen erzeugt wird. Zeige: (W, I) erfüllt **(F)** genau dann, wenn (W, I) die Deletion Condition **(D)** erfüllt.

Abgabe bis: Dienstag, den 27.6.2017, 10 Uhr