2. Quiz zur Vorlesung „Gebäude“
Lösung

SoSe 2017 — Dr. Olga Varghese

WWU Münster — Nils Leder

---

1. Sei (W, I) ein Coxetersystem mit Coxetergraph Γ, Δ ein Gebäude vom Typ Γ und $\delta : \Delta^2 \to W$ die W-wertige Abstandsfunktion. Gilt $\delta(x, y) = i$ sowie $\delta(y, z) = i$ für $x, y, z \in \Delta$ und $i \in I$, so ist $x = z$ oder $\delta(x, z) = i$.
   ☒ richtig ☐ falsch

2. Jeder Baum ist ein Gebäude vom Typ $\tilde{A}_1$.
   ☐ richtig ☒ falsch

3. Sei (W, I) ein Coxetersystem mit Coxetergraph Γ. Dann gibt es ein bis auf Isomorphie eindeutiges dünnes Gebäude vom Typ Γ.
   ☒ richtig ☐ falsch

4. Ein Graph Γ ist genau dann bipartit, wenn er keine Kreise ungerader Länge enthält.
   ☒ richtig ☐ falsch

5. Ist Γ ein unendlicher Graph, so gilt $\operatorname{diam}(\Gamma) = \infty$.
   ☐ richtig ☒ falsch

6. Die Isomorphieklassen von Gebäuden vom Typ D_m stehen in Bijektion zu den Isomorphieklassen verallgemeinerter m-Ecke.
   ☒ richtig ☐ falsch

7. Sei (W, I) ein Coxetersystem und $\Sigma = \{wW_J \mid w \in W, J \subseteq I\}$ der zugehörige Coxeterkomplex. Dann sind die Kammern von Σ genau die Nebenklassen der trivialen Untergruppe.
   ☒ richtig ☐ falsch

8. Zu jedem Coxetergraph Γ gibt es mindenstens ein dickes Gebäude vom Typ Γ.
   ☐ richtig ☒ falsch

9. Sei Δ ein Gebäude aufgefasst als Simplizialkomplex. Dann ist Δ ein Kammerkomplex.
   ☒ richtig ☐ falsch

10. Sei $\Sigma = \Sigma(W, I)$ ein Coxeterkomplex. Dann ist der Link $\operatorname{lk}(\sigma)$ eines Simplex $\sigma \in \Sigma$ isomorph zu einem Coxeterkomplex.
    ☒ richtig ☐ falsch

11. Sei W eine endliche Coxetergruppe mit zugehörigem Coxetergraph Γ. Dann ist jedes Gebäude vom Typ Γ endlich.
    ☐ richtig ☒ falsch

12. Sei Δ ein Gebäude und $C, D \in \Delta$ Kammern. Dann haben alle Galerien von C nach D von reduziertem Typ die gleiche Länge.
☒ richtig ☐ falsch

13. Sei (W, I) ein Coxetersystem. Ist W endlich, so enthält W ein eindeutiges Element w_0 von maximaler Wortlänge $l_I(w_0)$.
☒ richtig ☐ falsch

14. Welche Ordnung hat die Coxetergruppe W mit folgendem Coxetergraph?

$\#W = 384$

15. Sei G eine Gruppe und $S \subseteq G$ eine Menge, die G erzeugt. Ist $g = s_1 \cdot \ldots \cdot s_k$ mit $l_S(g) < k$, so gibt es $i, j \in \{1, \ldots, k\}, i < j$ mit

$$g = s_1 \cdot s_{i-1} \cdot s_{i+1} \cdot \ldots \cdot s_{j-1} \cdot s_{j+1} \cdot \ldots s_k.$$

☐ richtig ☒ falsch

16. Sei (W, I) ein Coxetersystem mit $\#I \geq 2$ und $\mathcal{U}$ die Menge der Untergruppen von G, die isomorph zu einer Diedergruppe sind.
Dann gilt $W = \langle \{U \mid U \in \mathcal{U}\} \rangle$, d.h. G wird von den Untergruppen in $\mathcal{U}$ erzeugt.
☒ richtig ☐ falsch

17. Sei Δ ein Gebäude mit W-wertiger Abstandsfunktion $\delta : \Delta^2 \to W$. Dann gilt $\delta(x, y) = \delta(y, x)$ für alle $x, y \in \Delta$.
☐ richtig ☒ falsch

18. Ist Γ ein verallgemeinertes 3-Eck, so enthält Γ keinen Kreis der Länge 14.
☐ richtig ☒ falsch

19. Sei (W, I) ein Coxetersystem mit Coxetergraph Γ und Δ ein Gebäude vom Typ Γ. Dann existiert zu jeder Kammer C und $i_1, \ldots, i_k \in I$ eine eindeutige Galerie von Typ $(i_1, \ldots, i_k)$, die mit C beginnt.
☐ richtig ☒ falsch

20. Sei (W, I) ein Coxetersystem, $\Sigma = \Sigma(W, I)$ der zugehörige Coxeterkomplex und $\mathrm{t} : \Sigma \to \mathscr{P}(I)$ die Typfunktion. Dann ist die natürliche Wirkung von W auf Σ typerhaltend, d.h. es gilt $t(w(\sigma)) = t(\sigma)$ für alle $w \in W, \sigma \in \Sigma$.
☒ richtig ☐ falsch

21. Sei W von Typ E_8. Dann gilt $\dim(\Sigma(W, I)) = 8$.
☐ richtig ☒ falsch

22. Sei W von Typ F_4. Dann ist W eine einfache Gruppe.
☐ richtig ☒ falsch

23. Sei (W, I) ein Coxetersystem, $i, j \in I$ und $\Sigma = \Sigma(W, I)$ der zugehörige Coxeterkomplex. Dann gilt $\mathrm{ord}(ij) = \mathrm{diam}(\mathrm{lk}_\Sigma(W_{\{i,j\}}))$.
☒ richtig ☐ falsch